# МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ СЕТЕЙ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

**_Е.В. Кокорева_**

*к.т.н., доцент, Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, г. Новосибирск*

Проектирование новых и расширение инфраструктуры существующих инфокоммуникационных систем требует совершенствования методов управления качеством обслуживания. Для оценки параметров качества, таких как задержка, потери, пропускная способность, коэффициент загрузки системы и пр. традиционно используются методы математического моделирования. Наибольшую эффективность показали модели, основанные на применении аппарата ***сетей массового обслуживания*** (СеМО), позволяющие анализировать современные сети связи любой размерности, топологии и назначения.

Рассмотрим в качестве модели инфокоммуникационной системы замкнутую однородную СеМО с конечным пространством состояний $S(K,N)$, $K$ – фиксированное число заявок в системе $N$ – количество узлов СеМО [1].

$$S(K,N)=[s=(k_1,k_2,...,k_N)\,|\quad k_i\geq 0,\quad i=\overline{1,N},\quad \sum_{i=1}^{N}k_i=K]\,. \tag{1}$$

Состояние системы $s=\left(k_1,k_2,...,k_N\right)$ определяется количеством заявок в узлах СеМО – $k_i,\quad i=\overline{1,N}$.

Стационарное распределение вероятностей состояний представлено вектором $\pi\left(k_1,k_2,...,k_N\right)$, с учётом нормирующего условия: $\sum\pi\left(k_1,k_2,...,k_N\right)=1$ [2, 3].

Интенсивности потоков заявок $\lambda_i$, входящих в *i*-й узел, определяются уравнениями равновесия потоков в замкнутых СеМО:

$$\lambda_i=\sum_{j=1}^{N}\lambda_j\theta_{ji},\quad i=\overline{1,N}, \tag{2}$$

где $\mathbf{\Theta}=\left\|\theta_{ij}\right\|,\quad i.j=\overline{1,N}$ – маршрутная матрица [3, 4], определяющая топологию СеМО.

Можно определить коэффициенты переходов в узлах СеМО: $e_i$ – среднее количество поступлений заявки в узел *i*:

$$e_i=\frac{\lambda_i}{\lambda},\quad i=\overline{1,N}, \tag{3}$$

где $\lambda$ – пропускная способность сети. Коэффициенты переходов выражаются из (2)-(3):

$$e_i = \sum_{j=1}^{N} e_j \theta_{ji}, \quad i = \overline{1, N}. \qquad (4)$$

Поскольку из $N$ выражений (4), только $N-1$ являются независимыми, чтобы найти однозначное решение, обычно принимают $e_1 = 1$.

Важную роль в теории сетей массового обслуживания играют СеМО, стационарное распределение которых имеет *мультипликативную форму*, поскольку для них вероятностно-временные характеристики могут быть получены простым способом. К этому классу относятся *сети Гордона-Ньюэлла*, которые представляют собой однородные замкнутые СеМО, и их стационарное распределение состояний может быть получено в виде [2, 3]:

$$\pi(k_1, k_2, ..., k_N) = \frac{1}{G(K, N)} \prod_{i=1}^{N} \frac{x_i^{k_i}}{\beta_i(k_i)}, \qquad (5)$$

где $G(K, N)$ – нормализующая константа:

$$G(K, N) = \sum_{k \in S(K, N)} \prod_{i=1}^{N} \frac{x_i^{k_i}}{\beta_i(k_i)}; \qquad (6)$$

$x_i$ представляет собой $x_i = \dfrac{e_i}{\mu_i}, \quad i = \overline{1, N}$; а значение функции: $\beta_i(k_i) = \begin{cases} k_i!, & k_i \le m_i \\ m_i! m_i^{k_i - m_i}, & k_i \ge m_i \end{cases}, \quad i = \overline{1, N}$ зависит от количества заявок в узлах сети, $m_i \quad i = \overline{1, N}$ – количество обслуживающих приборов в каждом узле. При этом маргинальные вероятности состояний СМО, входящих в сеть определяются как:

$$\pi_i(\mathrm{s}) = \sum_{k_i = s} \pi\left(k_1, k_2, ..., k_N\right). \qquad (7)$$

Для сетей большой размерности со сложной топологией и большим количеством заявок расчёт нормализующей константы (6) и стационарного распределения вероятностей состояний СеМО (5) требует значительных вычислительных ресурсов и временных затрат. Поэтому на практике используют специальные методы расчёта, одним из которых является рекуррентный *метод Бузена,* основанный на *алгоритме свёртки* [2, 5].

Введём обозначение:

$$X_i\left(k_i\right) = \frac{x_i^{k_i}}{\beta_i(k_i)}. \qquad (8)$$

Вычисление нормализующей константы $G(K, N)$ (6) может быть сведено к ряду итераций вычисления значений функции:

$$G_n(s) = \sum_{\sum_{i=1}^{n} k_i = s} \prod_{i=1}^{n} X_i(k_i), \quad n = \overline{1, N}, s = \overline{0, K}. \qquad (9)$$

Нормализующая константа: $G(K, N) = G_N(K)$.

Значение $G_N(K)$ может быть получено рекуррентно с помощью выражения:

$$G_n(s) = \sum_{j=0}^{s} X_n(j) G_{n-1}(s-j), \quad n = \overline{2, N}, s = \overline{1, K}, \qquad (10)$$

с начальными условиями: $G_n(0) = 1, \quad n = 1,.., N$ и $G_1(s) = X_1(s), \quad s = 1,.., K$.

Из (5) и (7) можно получить рекуррентное выражение для нахождения маргинальных вероятностей:

$$\pi_i(s) = \frac{X_i(s)}{G(K, N)} \cdot G_N^{(i)}(K-s), \quad i = \overline{1, N}, s = \overline{0, K}. \qquad (11)$$

где $G_N^{(i)}(s)$ – вспомогательная переменная, представляющая собой нормализующую константу для сети из $N$ узлов, исключая узел $i$:

$$G_N^{(i)}(s) = G_N(s) - \sum_{j=1}^{s} X_i(j) \cdot G_N^{(i)}(s-j), \quad i = \overline{1, N}. \qquad (12)$$

с начальными условиями: $G_N^{(i)}(0) = 1, \quad i = \overline{1, N}$.

При этом:

$$G_{N-1}(s) = G_{N-1}^{(N)}(s) = G_N^{(N)}(s), \quad s = \overline{0, K}. \qquad (13)$$

Рекуррентное выражение для нахождения интенсивностей потоков заявок в $i$-х узлах:

$$\lambda_i(K) = e_i \frac{G_N(K-1)}{G_N(K)}, \quad i = \overline{1, N}. \qquad (14)$$

Далее определяются коэффициенты загрузки узлов и другие характеристики по известным формулам теории массового обслуживания [6].

Коэффициент загрузки $i$-й СМО:

$$\rho_i = \frac{\lambda_i}{m_i \mu_i}, \quad i = \overline{1, N}, \qquad (15)$$

где $\mu_i, \quad i = \overline{1, N}$ – интенсивности облуживания приборов в узлах СеМО.

Среднее число заявок в i-м узле:

$$\overline{K_i} = \sum_{s=1}^{K} s \cdot \pi_i(s), \quad i = \overline{1, N}. \qquad (16)$$

Среднее время реакции определяется по формуле Литтла:

$$\overline{T_i} = \frac{\overline{K_i}}{\lambda_i}, \quad i = \overline{1, N}. \qquad (17)$$

Результаты аналитического моделирования инфокоммуникационной системы, представляющей собой сеть мобильной связи из пяти базовых станций, с помощью СеМО представлены на рис. 1–3.

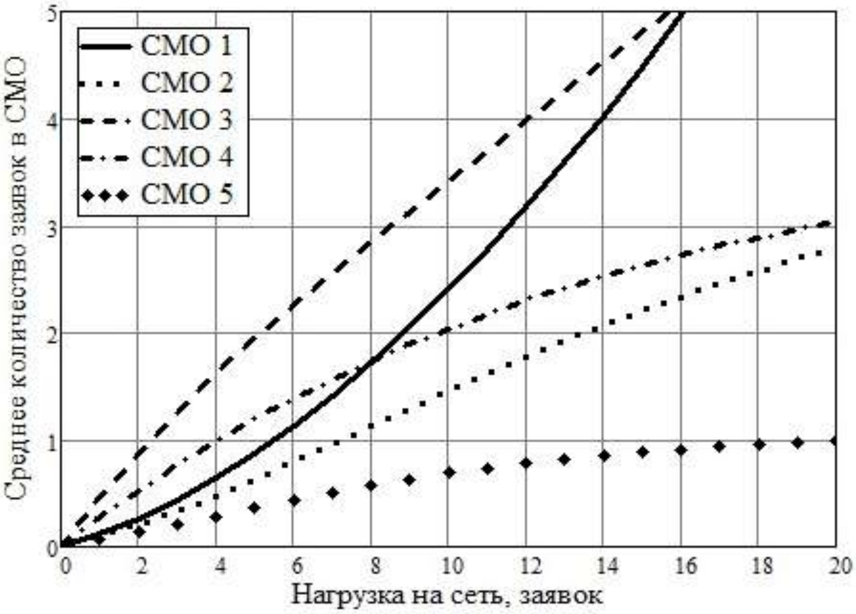


Рис. 1. Зависимость среднего количества заявок в узлах СеМО от сетевой нагрузки

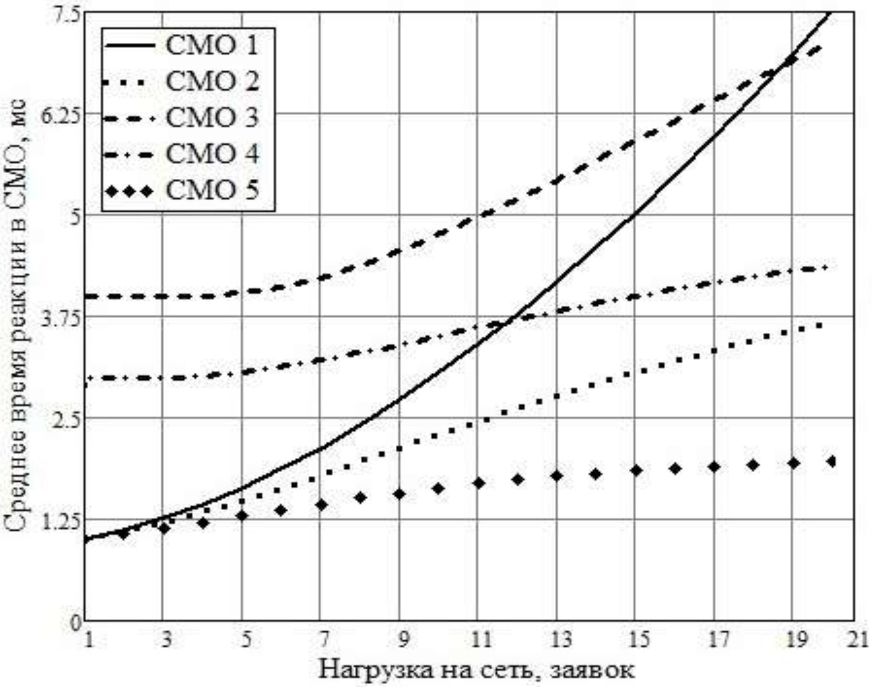


Рис. 2. Зависимость среднего времени реакции в узлах СеМО от сетевой нагрузки

Зависимости на рисунках показывают, что с увеличением нагрузки вероятностно-временные характеристики сети растут, но остаются в рамках допустимых значений для современных систем мобильной связи.

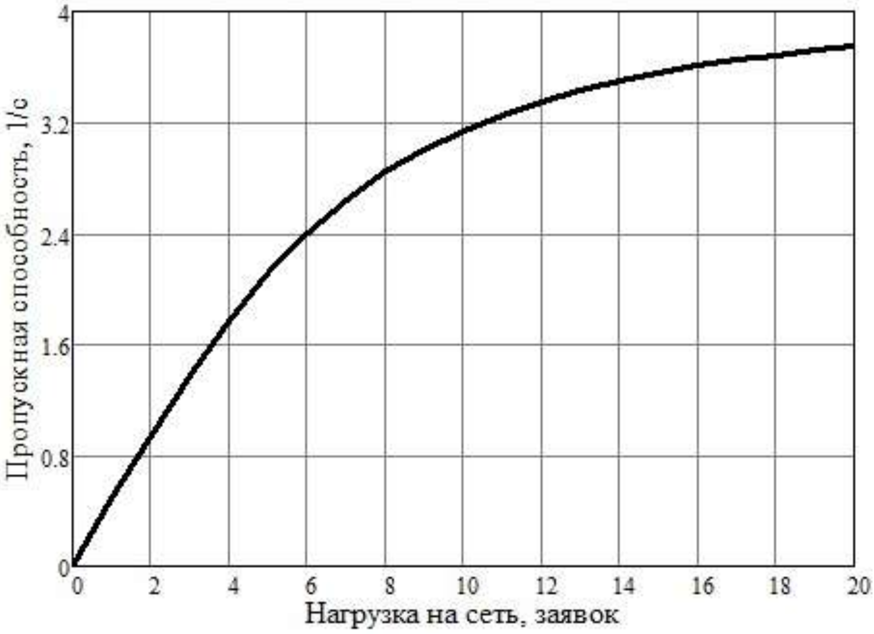


Рис. 3. Зависимость пропускной способности СеМО от сетевой нагрузки

Из рис. 1 и рис. 2 видно также, что среднее количество заявок и среднее время реакции в узлах СеМО, сильно зависят от количества и интенсивности обслуживающих приборов.

В работе были получены характеристики замкнутой однородной сети массового обслуживания, являющейся аналитической моделью инфокоммуникационной системы, которые могут использоваться как для проектирования новых, так и для эффективного управления трафиком в уже имеющихся сетях мобильной связи 4-го поколения.

## Список литературы


1. Ярославцев А.Ф. Компьютерные технологии в науке и производстве: учебное пособие. Т. 2. Новосибирск: ГОУ ВПО «СибГУТИ», 2009. 500 с.

2. Bolch G., Greiner S., de Meer H., Trivedi K. S. Queueing Networks and Markov Chains: Modeling and Performance Evaluation with Computer Science Applications. 2nd Edition. John Wiley & Sons, 2006. 896 p.

3. Кокорева Е.В. Методы анализа сетей массового обслуживания для оценки показателей качества в сетях связи // Наука и мир. 2016. Т. 1. № 3 (31). С. 63-70.

4. Вишневский В.М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей. М.: Техносфера, 2003. 512 с.

5. Кокорева Е. В. Применение алгоритма свертки для анализа систем мобильной связи // Евразийский союз ученых. 2016. Т. 3. № 3 (24). С. 35-39.

6. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. М: Машиностроение, 1979. 432 с.